

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014
AM110 - Analisi Matematica 1- Tutorato XI

DOCENTE: PROF. PIERPAOLO ESPOSITO

TUTORI: A. MAZZOCOLI, M. NANNI

ESERCIZIO 1. Stabilire su che insieme è definita e continua (o prolungabile con continuità) la seguente funzione. Determinarne anche i limiti a $\pm\infty$.

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} \log |x|}{\log |x+1|}$$

ESERCIZIO 2. Studiare la continuità delle seguenti funzioni definite a tratti.

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{a}{x}} & x < 0 \\ \frac{\log(1+x^b)}{xe^a} & x > 0 \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \arctan x & x \in (-\infty, -1] \\ [x] & x \in (-1, 1) \\ \sqrt{x-1} & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

ESERCIZIO 3. Calcolare i seguenti limiti.

$$\circ \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left[\sqrt[3]{\frac{x^2-1}{x^2+1}} - 1 \right] \quad \circ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x - \log x} \quad \circ \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x^{-2}}$$

ESERCIZIO 4. Discutere il comportamento della serie numerica al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(1 - \cos(\frac{1}{n}))^\alpha}{n^{\alpha+1} + 1}$$

ESERCIZIO 5. Discutere il comportamento delle seguenti successioni definite per ricorrenza.

$$\circ a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 6}{5} \quad \circ a_1 = e, \quad a_{n+1} = \frac{(\ln a_n)^2}{a_n} \quad \circ a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$$